Reduktion von $\mathcal{F}$ bzgl. Ⓢ durch Bildung der Dyname $\{\mathbf{G}, \mathbf{M}_S\}$ mit

$$\mathbf{M}_S = \sum_{i=1}^{N} (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_S) \times \mathbf{G}_i = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{r}_i \times \mathbf{G}_i - \mathbf{r}_S \times \mathbf{G} = \mathbf{M}_O - \mathbf{r}_S \times \mathbf{G}$$

Bem.: Die Reduktion von $\mathcal{F}$ auf eine Einzelkraft in Ⓢ mit $\{\mathbf{G}, \mathbf{M}_S\} = \{\mathbf{G}, \mathbf{0}\}$ ist möglich, wenn (vgl. 3.4 (A), Sonderfall 3)

(1) $\mathbf{r}_S \perp \{\mathbf{G}, \mathbf{M}_O\}$, d. h. $\mathbf{r}_S \cdot \mathbf{G} = 0$ ($\rightarrow$ Kraftschraube) und
(2) $\mathbf{M}_O \perp \mathbf{G}$, d. h. $\mathbf{M}_O \cdot \mathbf{G} = 0$ ($\rightarrow$ Reduktion auf Einzelkraft)

Für das gegebene Problem gilt:

- $\mathbf{G}$ kann beliebig auf seiner Wirkungslinie verschoben werden; liegt $\mathbf{r}_S$ z. B. in der $\mathbf{e}_1$-$\mathbf{e}_2$-Ebene, so dass $\mathbf{r}_S = \bar{\mathbf{r}}_S$, so folgt direkt $\mathbf{r}_S \perp \mathbf{G}$
- $\mathbf{M}_O$ liegt immer in der $\mathbf{e}_1$-$\mathbf{e}_2$-Ebene, d. h. $\mathbf{M}_O \perp \mathbf{G}$, da

$$\mathbf{M}_O = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{r}_i \times \mathbf{G}_i = \sum_{i=1}^{N} (-r_{i2}\, G_{i3}\, \mathbf{e}_1 + r_{i1}\, G_{i3}\, \mathbf{e}_2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{G}_i = -G_{i3}\, \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{r}_i = r_{ij}\, \mathbf{e}_j \end{array} \right.$$

Reduktion von $\mathcal{F}$ auf eine Einzelkraft in $\bar{S}$ liefert mit

$$\overline{\mathbf{M}}_S = \mathbf{0} = \mathbf{M}_O - \bar{\mathbf{r}}_S \times \mathbf{G}\,, \quad \bar{\mathbf{r}}_S = r_{S1}\, \mathbf{e}_1 + r_{S2}\, \mathbf{e}_2\,, \quad \mathbf{G} = -G_3\, \mathbf{e}_3$$

$$\longrightarrow \quad \sum_{i=1}^{N} (-r_{i2}\, G_{i3}\, \mathbf{e}_1 + r_{i1}\, G_{i3}\, \mathbf{e}_2) = -r_{S2}\, G_3\, \mathbf{e}_1 + r_{S1}\, G_3\, \mathbf{e}_2$$

so dass durch Koeffizientenvergleich

$$\left. \begin{array}{ll} \mathbf{e}_1: & r_{S2} = \dfrac{\sum_i r_{i2}\, G_{i3}}{G_3} = \dfrac{\sum_i r_{i2}\, m_i}{m} \\[2ex] \mathbf{e}_2: & r_{S1} = \dfrac{\sum_i r_{i1}\, G_{i3}}{G_3} = \dfrac{\sum_i r_{i1}\, m_i}{m} \end{array} \right\} \quad \text{mit} \quad m := \sum_{i=1}^{N} m_i$$

Bem.: Die Wirkungslinie der resultierenden Gewichtskraft ist eine Gerade in $\mathbf{e}_3$-Richtung durch $\bar{S}$. O. g. Gleichungen geben die Koordinaten des Massenmittelpunkts von γ in der $\mathbf{e}_1$-$\mathbf{e}_2$-Ebene an.

☞ Sind in einem Massenpunktsystem γ alle Gewichtskräfte parallel, dann fallen Schwerpunkt Ⓢ und Massenmittelpunkt Ⓜ zusammen.